ACERCA DE LA GEOMETRÍA DEL ALFABETO LÓGICO DE SHEA ZELLWEGER

LEONARDO GRANADOS GARZÓN

NORMAN RAÚL AYA ALVARADO

Director

Dr. ARNOLD OOSTRA

Profesor del Departamento de Matemáticas y Estadística

UNIVERSIDAD DEL TOLIMA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

PROGRAMA LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

IBAGUÉ

Resumen

En este trabajo se estudia la propuesta diagramática de Shea Zellweger para los conectivos proposicionales binarios de la lógica clásica, que bien llamó Alfabeto Lógico porque combina cualidades alfabéticas y geométricas. También se examinan algunos de sus modelos geométricos, uno de los cuales consiste en una proyección en el espacio del hipercubo o cubo de cuatro dimensiones. Esto justifica estudiar este hipercubo para aplicarlo al sistema de los conectivos proposicionales binarios. De esta manera se pretende esbozar una visión medianamente panorámica del Alfabeto Lógico como técnica, como potencial y como herencia cultural, además de destacar la necesidad planteada por Zellweger de explorar un área aplicada y experimental de la semiótica, dedicada a la creación de signos.

Palabras Clave: Conectivos; notación para los conectivos; Alfabeto Lógico; Shea Zellweger; simetría; cubo multidimensional.

Abstract

In this paper we study the diagrammatic proposal of Shea Zellweger for binary propositional connectives of classical logic called Logic Alphabet because it combines alphabetic and geometric qualities. Also, some of its geometric patterns are examined, one of which consists of a projection in the space of the hypercube or four-dimensional cube. Studying this hypercube is justified in order to apply it to the system of binary propositional connectives. In this way a moderately panoramic vision of the Logic Alphabet is outlined as a technique, potential and cultural heritage, besides emphasizing the need proposed by Shea Zellweger to explore an applied and experimental field of semiotic dedicated to the creation of signs.

Keywords: Connectives, notation for the connectives, Logic Alphabet; Shea Zellweger; symmetry; multidimensional cube.

Introducción

El lenguaje de la lógica proposicional se construye con los conectivos de negación, conjunción, disyunción e implicación (véase [3]), representados usualmente con los símbolos $\neg$, $\wedge$, $\vee$ y $\rightarrow$ respectivamente. Si bien se conocen algunos otros conectivos, como la equivalencia, la disyunción exclusiva y la barra de Sheffer, ellos se pueden definir en términos de los usuales. Más aún, cualquier conectivo puede obtenerse como combinación de la negación y la conjunción. Sin embargo, una mirada a ciertos aspectos de simetría en el sistema de los conectivos binarios impone la necesidad de una notación mejor [4, 12, 13, 20].

A lo largo del siglo XX, de manera desapercibida para las mayores corrientes de la matemática, diversos autores propusieron notaciones para los conectivos proposicionales binarios. La primera de ellas fue la que diseñó en 1902 el notable científico y filósofo norteamericano Charles S. Peirce[1] [5, 21]. Claro que después aparecieron

[1] Charles S. Peirce nació en Cambridge (Massachusetts) en 1839. Era el segundo hijo de una de las familias más destacadas del entorno intelectual, social y político de Boston. Se graduó en Química por la Universidad de Harvard en 1863; sin embargo, a lo largo de toda su vida demostró también una constante fascinación por las cuestiones filosóficas. Entre 1865 y 1891 desarrolló su actividad profesional como científico en la United Coast and Geodetic Survey. Tras su despido, Peirce se retiró con su segunda esposa, Juliette a Milford, Pennsylvania. Durante ese tiempo, Peirce trabajó y escribió afanosamente, aunque la mayor parte de lo que escribía no llegaba a ser publicado. Durante los años en Milford, Peirce no tuvo ningún empleo estable, él y su esposa vivían en difíciles condiciones. Charles Peirce no tuvo hijos y falleció en 1914 a causa de un cáncer. Dejó más de 80.000 páginas de manuscritos, en su mayor parte inéditos, que su viuda vendió ese mismo año a la Universidad de Harvard. Disponible en Internet: `http://www.iupui.edu/~peirce/`, `http://www.philosophica.info/voces/peirce/Peirce.html`

muchas otras que, con el tiempo, pueden clasificarse en las *alfabéticas* que emplean las letras del alfabeto común u otros signos convencionales, y por otro lado las *geométricas* que, como la de Peirce, representan cada conectivo mediante un dibujo que procura sintetizar la definición del mismo.

Hasta ahora la única notación que combina de manera armoniosa estas dos cualidades, alfabética y geométrica, es la propuesta por el norteamericano Shea Zellweger[2] desde hace casi cincuenta años, tiempo que su autor ha dedicado a investigaciones profundas y progresivas sobre este sistema de signos y sobre el simbolismo en general [38, 39, 40]. Los signos de la notación de Zellweger son formas similares a letras, de hecho la mayoría corresponden a letras usuales, pero su mayor similitud radica en su fácil escritura y en el hecho de tener nombres. En palabras de su creador, estos signos tienen génesis, anatomía y fisiología. Por éstas y aún otras razones está justificado de manera amplia el nombre *Alfabeto Lógico* que Zellweger le dio a su sistema de signos.

El Alfabeto Lógico se compone de 16 formas o letras cuya clave de interpretación está en las "extremidades". Por ejemplo, la letra x del Alfabeto Lógico tiene cuatro extremidades, q tiene una y o no tiene ninguna. Con la convención adecuada, se puede pasar del signo a la tabla de verdad del conectivo que representa y viceversa. Por otra parte, los movimientos rígidos de los signos corresponden a operaciones lógicas, por ejemplo, a partir de la expresión $\mathrm{A}\ \mathsf{d}\ \mathrm{B}$ se pasa a $N\mathrm{A}\ \mathsf{d}\ \mathrm{B}$ donde N denota la negación y esta última fórmula es equivalente a $\mathrm{A}\ \mathsf{b}\ \mathrm{B}$, de hecho en general *negar la*

[2] Shea Zellweger nació el 7 de septiembre de 1925 en Chicago Illinois, USA; se desempeñó desde 1969-1993 como profesor y presidente del Departamento de Psicología en Mount Union College en Alliance, Ohio. Sus logros y contribuciones académicas en el campo de la educación, continúan siendo de gran interés. En 1966 recibió su Ph.D. en Psicología Experimental en Temple University. Su tesis doctoral se centró en la experiencia de la estimulación temprana visual y sus efectos posteriores en el aprendizaje por discriminación. Zellweger, probablemente es mejor conocido por la creación del más sencillo y mentalmente intuitivo sistema de notación lógica, que bien llamó Alfabeto Lógico o Alfabeto Lógico X-tremidad (XLA). El sistema de notación XLA contiene un enfoque único e iconográfico visual para el aprendizaje y la realización de las operaciones lógicas. A la fecha cuenta con patentes de sus diseños en los Estados Unidos, Canadá y Japón. Disponible en Internet: `http://en.wikipedia.org/wiki/Shea_Zellweger`, `http://www.logic-alphabet.net/`

primera proposición corresponde a *reflejar el signo en el eje vertical*. Esto a su vez conduce a interpretar en la lógica las simetrías que tengan los signos, por ejemplo, un conectivo es conmutativo, sí y sólo si, su signo en el Alfabeto Lógico es simétrico respecto a la diagonal ascendente.

Uno de los aportes peculiares de Shea Zellweger en su larga investigación alrededor del Alfabeto Lógico es la construcción de modelos físicos para el sistema de signos. Elaboró modelos unidimensionales, bidimensionales y tridimensionales, cuyos movimientos rígidos revelan sorprendentes e insospechadas simetrías en el sistema de los conectivos binarios. El autor insiste en que todos estos modelos son proyecciones de modelos en cuatro dimensiones, y de esta manera la lógica se conecta con la geometría en la búsqueda de la verdad científica. Así, aunque quizás el tema del trabajo pueda parecer algo provocador y su objetivo suene ambicioso, en realidad la meta concreta que se persigue con este trabajo es bastante modesta: lo que se busca en estas páginas es transmitir a los futuros lectores, un poco de la brillante perspectiva de Zellweger en su notación para los conectivos lógicos, al igual que las relaciones entre el Alfabeto Lógico y la geometría multidimensional descritas de una manera lo más comprensible como sea posible para los interesados en continuar en la exploración de ese potencial inexplotado.

El capítulo 1 de este trabajo es una presentación amplia del Alfabeto Lógico y se basa en la literatura existente, mayormente en los escritos del mismo Shea Zellweger. El capítulo 2 es una introducción muy elemental a la geometría en cuatro dimensiones a partir de la geometría sólida. Como aporte original se puede mencionar un diagrama de los movimientos rígidos del cubo usual, que hace explícito el isomorfismo entre el grupo de rotaciones del cubo y el grupo S_4 de permutaciones de cuatro elementos. Este isomorfismo aparece mencionado en la literatura pero allí no se pudo encontrar una prueba explícita de este hecho. Finalmente, el capítulo 3 estudia con mucho detalle los movimientos rígidos de diversos modelos físicos del Alfabeto Lógico y su posible extensión a cuatro dimensiones. En esta sección los aportes originales son, por un lado, las correspondencias explícitas de los movimientos rígidos de los modelos con los de las letras del Alfabeto Lógico, y por otro, la proyección explícita de $\mathbb{R}^4$ a $\mathbb{R}^3$ para la cual la imagen del hipercubo es un rombododecaedro.

Conclusiones

Como cierre de este estudio del Alfabeto Lógico de Zellweger, estudio que bien puede considerarse preliminar, se aportan algunas ideas obtenidas como conclusión del mismo.

En primer lugar, se observa que el Alfabeto Lógico combina de manera armoniosa las cualidades alfabética y geométrica de las notaciones para los conectivos proposicionales binarios. Los signos tienen nombres naturales pues (casi todos) son letras del alfabeto occidental; por otro lado, ellos tienen la forma adecuada para considerar sus movimientos rígidos, lo cual permite estudiar la simetría del sistema. Como rédito adicional, del signo en el Alfabeto Lógico se puede pasar a la tabla de verdad del conectivo y viceversa, lo cual permite calcular de inmediato la tabla de verdad de cualquier fórmula proposicional.

Todos los movimientos rígidos de las letras del Alfabeto Lógico corresponden a operaciones lógicas efectuadas sobre la proposición compuesta. Más aún, todas estas operaciones lógicas se pueden generar a partir de la negación y el intercambio de las variables.

Los modelos físicos del Alfabeto Lógico permiten ver cómo, en algunos casos excepcionales, los movimientos rígidos del modelo coinciden en alguna medida con los movimientos rígidos de cada una de las letras y, en consecuencia, corresponden a ciertas operaciones lógicas. De esta manera, las simetrías del modelo muestran ciertas simetrías del Alfabeto Lógico y, por tanto, del sistema de conectivos que representa.

Quizás el modelo físico más adecuado para el Alfabeto Lógico es el hipercubo o cubo de cuatro dimensiones, dado que la cantidad de sus vértices coincide con la de conectivos proposicionales binarios. Las dificultades para estudiar este modelo incluyen la imposibilidad de visualizar sus movimientos y la incógnita de cuál conectivo se debe asignar a cuál vértice. Una gran ayuda en este sentido lo constituyen las proyecciones del hipercubo al espacio, de hecho se pudo mostrar de manera explícita una proyección cuya imagen en el espacio es el rombododecaedro, sobre el cual Zellweger ya había elaborado el mejor de sus modelos tridimensionales. Se espera que este puente sirva como orientación para investigaciones futuras sobre el Alfabeto Lógico.

Proyecciones

En el desarrollo del trabajo, y en especial en el capítulo 3, se realizó un detallado análisis geométrico y algebraico de los diferentes modelos propuestos para el Alfabeto Lógico de Zellweger, el cual permitió establecer distintos grupos de simetría según sus movimientos en los diagramas. Asimismo se estudió una serie de proyecciones, tanto ortogonales como no ortogonales, las primeras de las cuales establecen una representación gráfica que se ajusta a las características propias del diseño en los modelos físicos. Esto sucede en particular en el caso del Poliedro lógico que tiene la misma simetría de su figura envolvente, el rombododecaedro, cuyos movimientos rígidos a su vez son los mismos del cubo de dimensión 3. De estos 48 movimientos, 16 corresponden a las operaciones lógicas vistas en el sistema de los conectivos proposicionales binarios. Queda aún abierto el problema de dar una interpretación lógica a los otros 32 movimientos del poliedro. Por otro lado, la deficiencia de este modelo se concentra en los conectivos "centrales" **s** y **z**. Pues en todos los movimientos rígidos del Poliedro lógico permanecen ambos en el centro del modelo, luego es imposible saber si cierto movimiento los intercambia o los deja invariantes. Esto justifica la necesidad de proponer un mejor modelo donde todos los conectivos ocupen lugares diferentes. Esperamos que en futuras investigaciones se encuentren nuevos resultados en torno a las proyecciones consideradas en este documento.

Recomendaciones

Las cualidades diagramáticas del Alfabeto Lógico, así como la riqueza geométrica de sus modelos físicos diseñados en diferentes dimensiones y estudiada en parte en este documento, permiten sugerir que se incluya el análisis, la profundización y ratificación de la temática exhibida en este trabajo de grado, en un curso ordinario o electivo del plan de estudios de los programas de Licenciatura en Matemáticas y Matemáticas con énfasis en Estadística de la Universidad del Tolima. Este material también puede ser atractivo para los profesores de matemáticas en ejercicio, interesados en continuar en la exploración del potencial inexplotado del Alfabeto Lógico de Shea Zellweger, y su impacto en la forma como se enseña y se hace Lógica en todos los niveles.

De esta manera se recomienda la posibilidad de promover, coordinar y gestionar la divulgación por diferentes medios, tanto impresos como electrónicos, de los resultados alcanzados en esta investigación, con la debida cita y autorización de los autores.

Bibliografía

[1] **ALEKSANDROV, A. D, KOLMOGOROV, A. N, LAURENTIEV, M. A y otros**. *La Matemática: su contenido, método y significado.* Madrid: Alianza Universidad, 1994. Vol. 3. 372 p.

[2] **BOOLE, George**. *Investigación sobre las leyes del pensamiento.* Madrid: Paraninfo, 1982. 373 p.

[3] **CAICEDO, Xavier**. *Elementos de lógica y calculabilidad.* Bogotá: Una Empresa Docente, 1990. 324 p.

[4] **CLARK, Glenn and ZELLWEGER, Shea**. *Let the mirrors do the thinking.* In: Mount Union Magazine [En línea]. 1993. Vol. 93, no. 2, [citado octubre, 2008], p. 2–5. Disponible en Internet: `http://www.logic-alphabet.net/mountunionmag.pdf`

[5] **CLARK, Glenn**. *New light on Peirce's iconic notation for the sixteen binary connectives.* In: Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce. Nathan Houser, Don D. Roberts and James Van Evra (Eds.). Bloomington and Indianapolis: Indiana University Press. 1997, p. 304–333.

[6] **COXETER, H. S. M**. *Fundamentos de Geometría.* México: Limusa-Wiley, 1971. 518 p.

[7] **CUNNINGHAM, Gabe**. *Abstract Polytopes and Symmetry*. In: Notes Egon Schulte Tapas [En línea]. 2008, [citado febrero, 2009], p. 1–3. Disponible en Internet: `http://www.math.neu.edu/~ramras/Tapas/PolyandSymm.pdf`

[8] **D'AMORE, Bruno**. *Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución*. En: Revista Uno [En línea]. 2004. No 35, [citado marzo, 2010], p. 90–106. Disponible en Internet: `http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/479Conceptualisacion.pdf`

[9] **DU SAUTOY, Marcus**. *Symmetry: a bridge between the two cultures*. In: Le scienze edizione italiana di scientific american [En línea]. Julio, 2008, [citado julio, 2009], p. 1–25. Disponible en Internet: `http://ovadia-lescienze.blogautore.espresso.repubblica.it/category/esof/`

[10] **FARIAS, Priscila y QUEIROZ, João**. *Sign-Design: nuevas estrategias para modelar procesos y estructuras sígnicas*. CECCS (Center for Research on Cognitive Science and Semiotics, COS/PUC-SP, Brasil). En: Revista de la Asociación Española de Semiótica [En línea]. 2001. No. 10, [citado diciembre, 2008], p. 128–147. Disponible en Internet: `http://cervantesvirtual.com/servlet/SirveObras/01371852677834857430035/`

[11] **FRALEIGH, John B**. *A First Course in Abstract Algebra*. Massachusetts: Addison–Wesley, Reading, 1982. 543 p.

[12] **GARCÍA, Mireya y GÓMEZ, Jhon Fredy**. *Notación de Peirce para los conectivos binarios*. Trabajo de grado (Matemáticas). Ibagué: Universidad del Tolima. Facultad de Ciencias, 2002. 77 p.

[13] **GARCÍA, Mireya, GÓMEZ, Jhon Fredy y OOSTRA, Arnold**. *Simetría y Lógica: La notación de Peirce para los 16 conectivos binarios*. En: XII ENCUENTRO DE GEOMETRÍA Y SUS APLICACIONES (2001–Bogotá). Memorias. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional [En línea]. 2001, [citado mayo, 2009], p. 1–26. Disponible en Internet: `http://www.unav.es/gep/Articulos/SimetriaYLogica.pdf`

[14] **GARDNER, Martin**. *Izquierda y derecha en el cosmos: Simetría y asimetría frente a la teoría de la inversión del tiempo*. Barcelona: Salvat Editores S.A, 1986. 309 p.

[15] **GONZÁLEZ, Fausto y ZAVROTSKY, Andrés**. *El teseracto*. En: Boletín de la Asociación Matemática Venezolana [En línea]. 1997. Vol. IV, no. 2, [citado octubre, 2009], p. 57–59. Disponible en Internet: `http://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol4/tesaracto.pdf`

[16] **KAUFFMAN, Louis H**. *The mathematics of Charles Sanders Peirce*. In: Cybernetics & Human Knowing [En línea]. 2001. Vol. 8, no. 1–2, [citado abril, 2009], p. 79–110. Disponible en Internet: `http://www.imprint.co.uk/C&HK/vol8/kauffman_8-1.pdf`

[17] **MARÍN U, Mario León**. *Poliedros*. Medellín: Editorial Universidad de Antioquia, 2001. 137 p.

[18] **OOSTRA, Arnold**. *Acercamiento lógico a Peirce*. En: Boletín de Matemáticas [En línea]. 2000. Nueva Serie. Vol. VII, no. 2, [citado marzo, 2009], p. 60–77. Disponible en Internet: `http://www.unav.es/gep/Articulos/Acercamiento.pdf`

[19] **OOSTRA, Arnold**. *Los diagramas de la matemática y la matemática de los diagramas*. En: Boletín de Matemáticas [En línea]. 2001. Vol. VIII, [citado enero, 2009], p. 1–7. Disponible en Internet: `http://www.unav.es/gep/Articulos/Diagramas.pdf`

[20] **OOSTRA, Arnold**. *Simetría en algunas tablas de C.S. Peirce*. En: XIV ENCUENTRO DE GEOMETRÍA Y SUS APLICACIONES (2003–Bogotá). Memorias. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional [En línea]. 2003, [citado marzo, 2009], p. 1–49. Disponible en Internet: `www.unav.es/gep/Articulos/SimetriaTablas.pdf`

[21] **OOSTRA, Arnold**. *La notación diagramática de C.S. Peirce para los conectivos proposicionales binarios*. En: Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, ACCEFYN [En línea]. 2004. Vol. XXVIII, no. 106, [citado agosto, 2008], p. 57–70. Disponible en Internet: `http://acervopeirceano.webnode.es/peirce-digital/articulos-en-linea/`

[22] **OOSTRA, Arnold**. *Peirce y la matemática*. Charles Sanders Peirce. Razón e invención del pensamiento pragmatista, En: Anthropos [En línea]. 2006. No 212, [citado octubre, 2008], p. 151–159. Disponible en Internet: `http://www.unav.es/gep/OostraAnthropos.html`

[23] **OOSTRA, Arnold**. *Una reseña de la lógica matemática de Charles S. Peirce (1839 – 1914)*. En: Revista Universidad Eafit de Medellín, Colombia [En línea]. 2008. Vol. 44, no. 150, ISSN 0120–341X, [citado febrero, 2009], p. 9–20. Disponible en Internet: `http://redalyc.uaemex.mx/pdf/215/21515002.pdf`

[24] **PEIRCE, Charles S**. *¿Qué es un signo?*. En: Collected Papers of Charles Sanders Peirce. "Cómo razonar: una crítica de los argumentos" [En línea].

1894, [citado diciembre, 2008], p. 285 y 297–302. Disponible en Internet: `http://www.unav.es/gep/Signo.html`

[25] **PÉREZ A, Jesús y CASTRO CH, Iván**. *La revolución de la aritmética de la edad media y su influencia en el álgebra renacentista*. En: XXIII COLOQUIO DISTRITAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA (2008–Bogotá). Memorias. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional, 2008. p. 1–34.

[26] **RADFORD, Luís**. *Semiótica cultural y cognición*. En: DECIMOCTAVA REUNIÓN LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA [En línea]. (2004). Conferencia plenaria. México: Universidad Autónoma de Chiapas, Tuxtla Gutiérrez. Julio, 2004, [citado marzo, 2009], p. 1–21. Disponible en Internet: `http://www.correntroig.org/IMG/pdf/Tuxtla3.pdf`

[27] **RADFORD, Luís**. *Introducción. Semiótica y educación matemática*. En: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking [En línea]. 2006, [citado marzo, 2009], p. 7–21. Disponible en Internet: `http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=33509902`

[28] **RODRÍGUEZ, Diego M**. *La teoría de los signos de Charles Sanders Peirce: Semiótica filosófica*. Trabajo de grado (Filosofía). Buenos Aires: Universidad Católica Argentina. Facultad de Filosofía y Letras [En línea]. 2003, [citado diciembre, 2008], 129 p. Disponible en Internet: `http://www.unav.es/gep/TesisDoctorales/TesisMRodriguez.pdf`

[29] **SUPPES, Patrick y HILL, Shirley**. *Primer curso de lógica matemática*. Bogotá: Editorial Reverté Colombiana, 1983. 283 p.

[30] **SUPPES, Patrick**. *Introducción a la lógica simbólica.* México: Continental, 1984. 378 p.

[31] **VARELA, Juan de Dios**. *Elementos geométricos de la cristalografía.* En: Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Colección Julio Carrizosa Valenzuela. Coedición con la Universidad Nacional de Colombia. 2000. No. 9. 252 p.

[32] **VASCO, Carlos**. *Las matemáticas: ¿ciencia o arte?* En: Innovación y Ciencia, Asociación Colombiana para el Avance de la Ciencia. 1995. Vol. 4, no. 4, p. 30–37.

[33] **VILE, Adam**. *Mathematics in Flatland: a Peircean, trialectic view of the nature of Mathematics.* In: Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: from Thinking to Interpreting to Knowing. Myrdene Anderson, Adalira Sáenz-Ludlow, Shea Zellweger and Victor V. Cifarelli (Eds.) Toronto: Legas, 2003, p. 35–47.

[34] **WEYL, Hermann**. *Simetría.* Madrid: MacGraw-Hill, 1991. 130 p.

[35] **WIGGS, Robert A**. *Geometry as Transformation.* In: Journal for Geometry and Graphics. 2001. Vol. 5, no. 2, p. 157–164.

[36] **ZALAMEA, Fernando**. *Una jabalina lanzada hacia el futuro: anticipos y aportes de C.S. Peirce a la lógica matemática del siglo XX.* Bogotá: Mathesis 9, 1993, p. 391–404.

[37] **ZELLWEGER, Shea**. *Peirce, iconicity, and the geometry of logic.* In: On semiotic Modeling. Myrdene Anderson and Floyd Merrell (Eds). New York: Mouton de Gruyter, 1991, p. 483–507.

[38] **ZELLWEGER, Shea**. *On a deep correspondence between sign-creation in logic and symmetry in crystallography.* In: Semiotics around the World: Synthesis in

Diversity. Irmengard Rauch and Gerald F. Carr (Eds). New York: Mouton de Gruyter, 1997, p. 821–824.

[39] **ZELLWEGER, Shea**. *Untapped potential in Peirce's iconic notation for the sixteen binary connectives*. In: Studies in the logic of Charles Sanders Peirce. Nathan Houser, Don D. Roberts and James Van Evra (Eds). Bloomington and Indianapolis: Indiana University Press, 1997, p. 334–386.

[40] **ZELLWEGER, Shea**. *Mathelogical semiotics: a lesson in constructing a shape-value notation for elementary logic*. In: Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: from Thinking to Interpreting to Knowing. Myrdene Anderson, Adalira Sáenz-Ludlow, Shea Zellweger and Victor V. Cifarelli (Eds.). Toronto: Legas, 2003, p. 285–356.